

RALLYE MATHÉMATIQUE DE FRANCHE-COMTÉ

Épreuve de la finale du mardi 12 avril 2011

Les classes de Troisième doivent résoudre les problèmes 1 à 6.

Les classes de Seconde doivent résoudre les problèmes 4 à 9.

La classe doit rendre une seule réponse par problème traité **en expliquant la démarche**.

1 – Code

Lili possède un diamant d'une valeur inestimable qu'elle garde dans un coffre protégé par un code secret.

Si on multiplie ce code par 7, on obtient un nombre qui ne contient que des 9 et qui a moins de 40 chiffres. Max a trouvé six codes différents qui conviennent.

Trouvez-en au moins deux. Justifiez votre réponse.

2 – Aquarium

Un aquarium a la forme d'un pavé droit. Ses dimensions intérieures sont 40 cm, 40 cm et 50 cm.

Alors qu'il est rempli d'eau à ras bord, Brutus bouscule l'aquarium qui se penche alors de 30° .

Heureusement, il revient à sa position initiale sans se renverser complètement.

Ces trois situations sont représentées sur la feuille réponse.

Dessinez le niveau d'eau restant dans l'aquarium en détaillant votre démarche.

Vous complèterez la 3^e figure sur la feuille réponse.

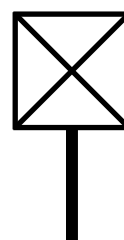
3 – Balises

Alain, membre de **Parcours 25** doit réaliser 200 balises différentes, mais toutes constituées de carrés de bois fixés sur des poteaux.

Il décide de réaliser deux types de balises en respectant des règles très précises.

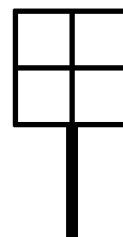
Balise de type 1 :

- Le carré est partagé par une croix noire représentant ses diagonales ;
- chaque triangle obtenu est peint en choisissant une couleur parmi les cinq couleurs noire, rouge, bleue, jaune et verte ;
- les quatre triangles sont de quatre couleurs différentes.



Balise de type 2 :

- Le carré est partagé par une croix noire représentant les médiatrices des côtés ;
- chaque carré obtenu est peint en choisissant une couleur parmi les trois couleurs rouge, bleue et verte.



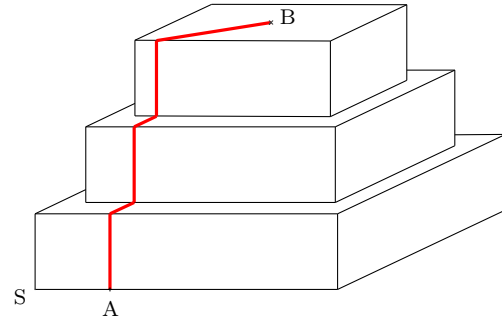
Le choix d'Alain permet-il de réaliser 200 balises différentes ?

4 – La ligne rouge

Le dessin ci-contre représente trois pavés à base carrée. Ces trois pavés sont centrés les uns par rapport aux autres et leurs arêtes sont parallèles. Celui du bas mesure 120 cm de côté, celui du milieu 100 cm de côté et celui du haut 80 cm. Ils ont tous la même hauteur 30 cm.

Le point A est situé à 30 cm du sommet S et le point B est le centre du carré supérieur.

On a tracé la ligne rouge en suivant des parallèles aux différentes arêtes comme le montre le dessin, puis en rejoignant le centre B.



Calculez la longueur de cette ligne rouge.

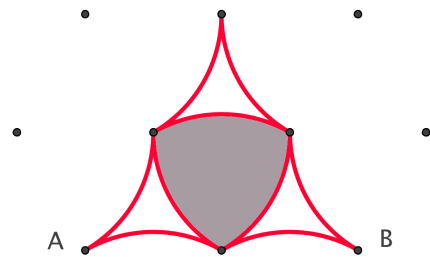
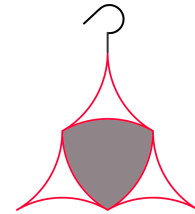
En fait, il est possible de tracer une ligne de A jusqu'à B qui est plus courte que la ligne précédente. **Proposez une solution et donnez la longueur de cette nouvelle ligne.**

5 – Boucle d'oreille

Lola vient de créer une boucle d'oreille qui a beaucoup plu à l'orfèvre pour lequel elle travaille.

Ce modèle est constitué de neuf fils d'or incurvés. Les trois fils intérieurs maintiennent une plaque d'argent.

Afin d'évaluer le coût de ce bijou, l'orfèvre demande à Lola de lui préciser la longueur de fil d'or à prévoir ainsi que la surface de la plaque d'argent. Lola reprend le papier sur lequel elle a travaillé. Au départ, elle avait un réseau de points disposés en triangles équilatéraux et elle n'a dessiné que des arcs de cercle ayant comme centre un de ces points. Sur le bijou, entre les points A et B, il y aura 4 cm.



Calculez la longueur de fil d'or et l'aire de la plaque d'argent. Expliquez votre démarche.

6 – Chaos dans l'espace temps



Flavio possède une horloge digitale qui lui sert de réveil chaque matin.

Quand il fonctionne normalement, celui-ci affiche successivement 10 : 13 puis 10 : 14 ... après chaque minute écoulée.

La nuit d'Halloween, le réveil reçoit un message numérique et s'emballe. A partir de minuit, (00 : 00) il obéit à la consigne suivante :

si le nombre d'heures divise le nombre de minutes ou si le nombre de minutes divise le nombre d'heures, il refuse d'afficher l'heure en question.

Exemple : l'affichage 04 : 15 aurait dû être suivi, une minute plus tard, de 04 : 16 mais l'horloge refuse de l'afficher et passe instantanément à l'affichage de 04 : 17.

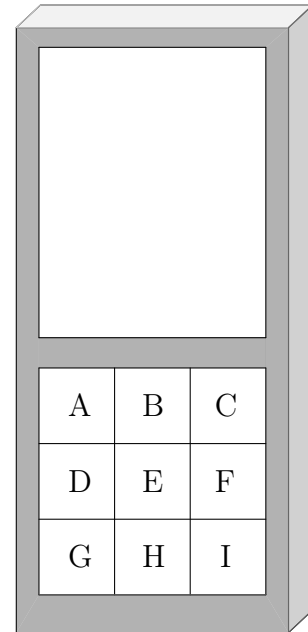
Ce réveil prend donc de l'avance sur le temps réel.

Quand la sonnerie se déclenche à l'affichage de 06 : 55, quelle heure est-il en réalité ?

7 – Déverrouillage

Héloïse a reçu un téléphone portable dernier cri pour son anniversaire. Excitée par ce cadeau, elle ne prend pas le temps de consulter la notice et par inadvertance, verrouille le clavier avec un code qu'elle n'a pas pris le temps de mémoriser ni même de noter.

L'écran de son portable affiche dorénavant neuf cases comme l'indique le schéma ci-contre :



Le code est formé d'un trajet reliant 4 cases différentes. Il suffit de laisser glisser son doigt d'une case à une case voisine horizontalement ou verticalement.

On précise que le même trajet dans le sens inverse est un code différent.

Exemple : ADEH n'est pas le même code que HEDA.

Le gâteau d'anniversaire à peine avalé, tous les convives se croient assez chanceux pour retrouver par hasard le code qui déverrouillera le téléphone.

Quelle est la probabilité de trouver le bon code du premier coup ?

8 – Généalogie ascendante

Henri Chandon s'adonne à la généalogie et recherche ses ascendants. En généalogie, les ascendants sont toujours désignés par leur nom de naissance.

Pour travailler méthodiquement, ceux-ci sont numérotés. Les principes de numérotation sont les suivants :

- Henri est noté 1.
- Ses parents Pierre Chandon et Françoise Mouette sont notés respectivement 2 et 3.
- Plus généralement, le père et la mère d'un individu numéroté n sont respectivement numérotés $2n$ et $2n + 1$.

Ainsi les parents d'un individu ont des numéros consécutifs.

On remarque que les hommes ont un numéro pair, les femmes ont un numéro impair.

Parmi les ascendants d'Henri, quels sont les numéros de ceux qui s'appellent obligatoirement Chandon ?

Quel est le lien de parenté entre l'ascendant 71 et l'ascendant d'Henri nommé Chandon le plus proche de l'ascendant 71 ?

9 – Piscine

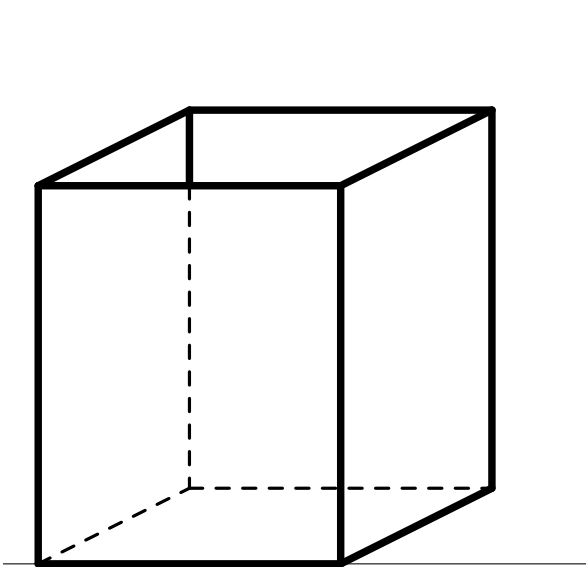
Au fond d'un camping, il reste une pointe de terrain inoccupée et les propriétaires décident d'y installer une piscine ayant la forme d'un parallélogramme. Pour cela, ils commencent par dessiner la configuration souhaitée à l'échelle 1/1000 sachant que :

- le terrain triangulaire ABC est tel que $BC = 80$ m, l'angle en B mesure 40° et l'angle en C mesure 60° ;
- le parallélogramme APMQ représentant la piscine est tel que M est un point de [BC], P un point de [AC] et Q un point de [AB]. Puis, ayant ce schéma sous les yeux, ils se demandent où ils pourraient placer le point M pour que l'aire de la piscine soit maximale.

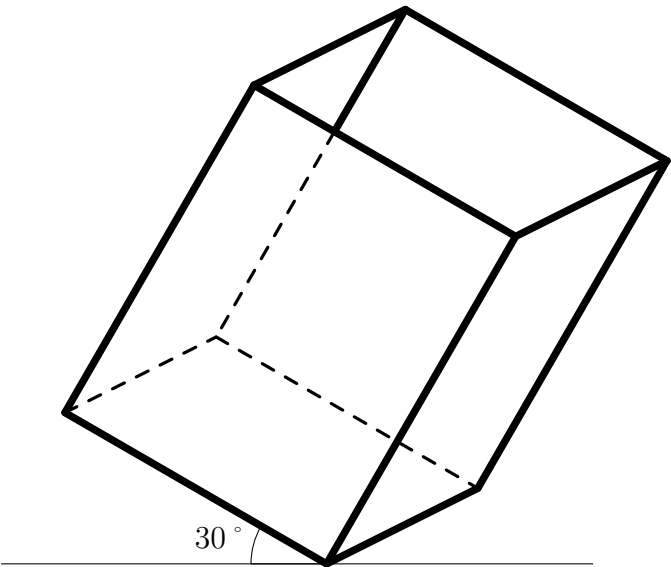
Dessinez cette configuration et proposez une position du point M telle que l'aire de la piscine soit maximale. Justifiez votre réponse.

Établissement :	Ville :
Nom du professeur de mathématiques :	Classe :
	<i>Effectif de la classe :</i>

Fiche réponse du problème n° 2

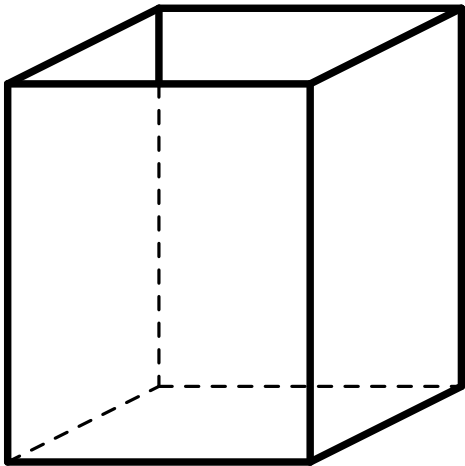


Aquarium en position initiale



Aquarium en position "bousculée"

Ce segment représente 10 cm



Retour à la position initiale

Établissement :	Ville :
Nom du professeur de mathématiques :	Classe : <i>Effectif de la classe :</i>

Fiche réponse du problème n°